Pontificia Universidad Católica de Chile

Instituto de Ingeniería Matemática y Computacional

Magister en Inteligencia Artificial - MIA

Tarea 2

Fundamentos Matemáticos para la Inteligencia Arti cial IMT3850 2022

Prof. Manuel A. Sánchez

Mayo 2022

Preguntas

1. (10 puntos) Variables aleatorias

Muestre que si *X* e *Y* son variables aleatorias independientes, entonces

Var[*X* + *Y* ] = Var[*X*] + Var[*Y* ]*.*

2. (20 puntos) Algoritmo Random Quicksort.

En clases observamos que el número esperado de comparaciones realizadas por el algoritmo Quicksort Aleatorio es de 2*n*ln(*n*) + *O*(*n*), donde *n* es el largo de la lista *S*. El objetivo es testear este resultado. Para esto:

a) Programe el algoritmo Quicksort con pivot aleatorio presentado en clases para ordenar de forma ascendente una lista *S* de números reales distintos. Corrobore que su algoritmo funciona mostrando la lista ordenada *S* = [0*,* 5*,* 4*,* 1*,* 7*,* 6*,* 3*,* 2*,* 8*,* 9].

b) Para largo de lista *n*  jo, obtenga lista aleatorias y aplique el algoritmo a cada una de ellas calculando el numero de comparaciones realizadas en el algoritmo. Calcule el promedio de estas para *n*  jo.

c) Repite el procedimiento anterior para *n* = [100*,* 200*,* 300*, ...,* 5000] y gra que *n* vs. el promedio de comparaciones para cada *n*. Ademas gra que las curvas correspondientes a *y* = 2*n*ln(*n*) y *y* = 2*n*.

d) Explique porque los resultados del experimento corroboran los resultados teóricos.

3. (10 puntos) Convexidad

Sea *f* : R*d →* R una función es diferenciable. Prube que *f* es una función convexa si y sólo si se satisface *f*(*y*) *≥ f*(*x*) + *∇f*(*x*)*>*(*y − x*)

para todo *x, y* en el dominio de *f*.

4. (20 puntos) Descenso del gradiente

Considere el set de datos datos\_lineales.csv que contiene pares de puntos (*x, y*) *∈* R2. Se busca resolver el problema:

1

m´ın *θ∈*R2

2*NkXθ − yk*22*, X ∈* R*N×*2*, y ∈* R*N*

donde *θ* son los coe cientes del polinomio lineal que mejor ajusta la matriz de datos *X* con los valores *y*.

a) Programe el algoritmo de descenso de gradiente para resolver este problema. Considere como pará metros de este algoritmo: X, y, NITMAX, gamma donde NITMAX es el máximo número de iteraciones y gamma es la función tasa de aprendizaje.

IMT3850 Tarea 2 - Page 2 of 2 Mayo 2022

b) Programe el algoritmo de descenso de gradiente estocástico para resolver este problema. Considere como parámetros de este algoritmo: X, y, NITMAX, gamma donde NITMAX es el máximo número de iteraciones y gamma es la función tasa de aprendizaje.

c) Considere las siguientes tasas de aprendizaje:

*γ*(*t*) = *γ*clases(*t*)*, γ*(*t*) = log(*t*)

Donde *γ*clases es la heurística vista en clases. Para cada una ejecute 100 veces el algoritmo estocás tico y reporte el promedio de los resultados. Compare estos sus resultados con los del algoritmo determinista con la tasa correspondiente.

d) Repita el item anterior pero ahora con el set de datos datos\_cuadraticos.csv. Notar que ahora *X ∈* R*N×*3 y que *θ ∈* R3.

5. (10 puntos) Bonus: Algoritmo de mediana aleatoria

Programe el algoritmo mediana aleatoria visto en clases. Realice experiementos aleatorios y muestre evidencia de que el algoritmo calcula con éxito la mediana de una lista.